

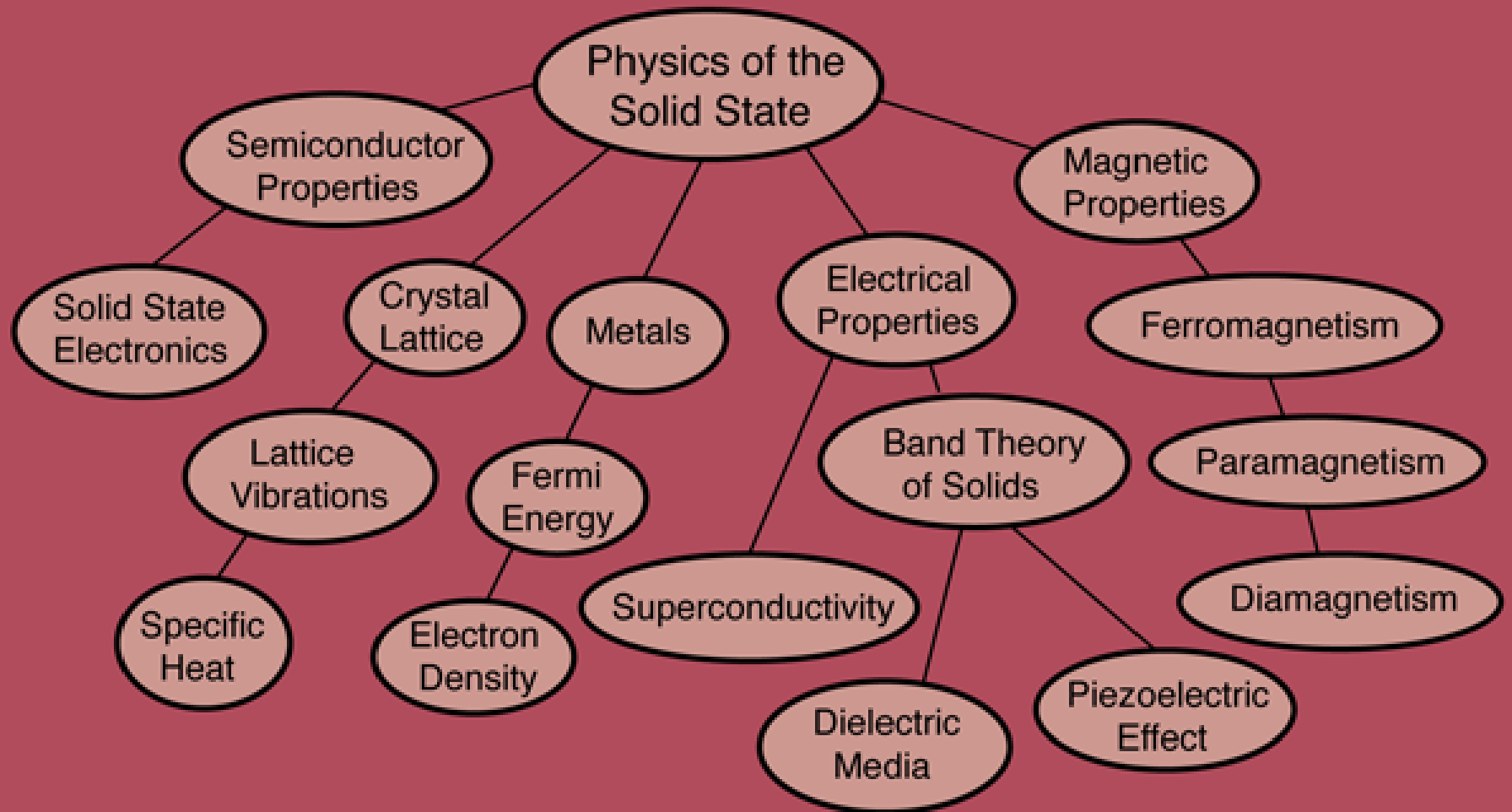
**CONCEITOS  
BÁSICOS**

**A  
RETER...**

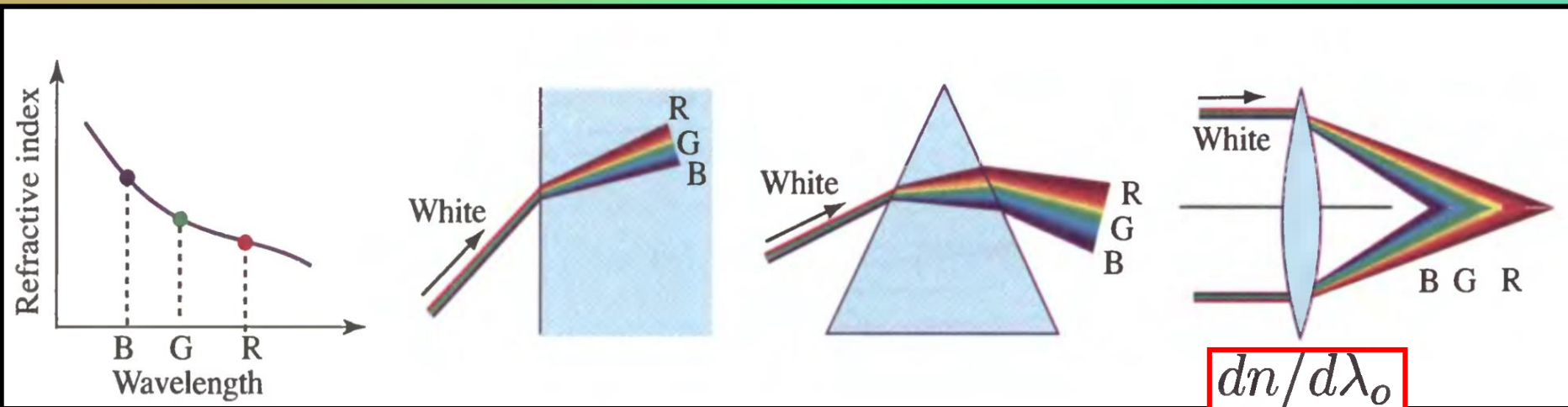
**DIPOLOS:  
MODELO DE  
LORENTZ**

**ELECTRÕES  
LIVRE: METAIS**

**FENÓMENOS  
NÃO LINEARES**



Meios dispersivos:  $\chi(\nu)$ ,  $\epsilon(\nu)$ ,  $n(\nu)$ ,  $c(\nu) = c_0/n(\nu)$



$$\frac{dn}{d\lambda_0}$$

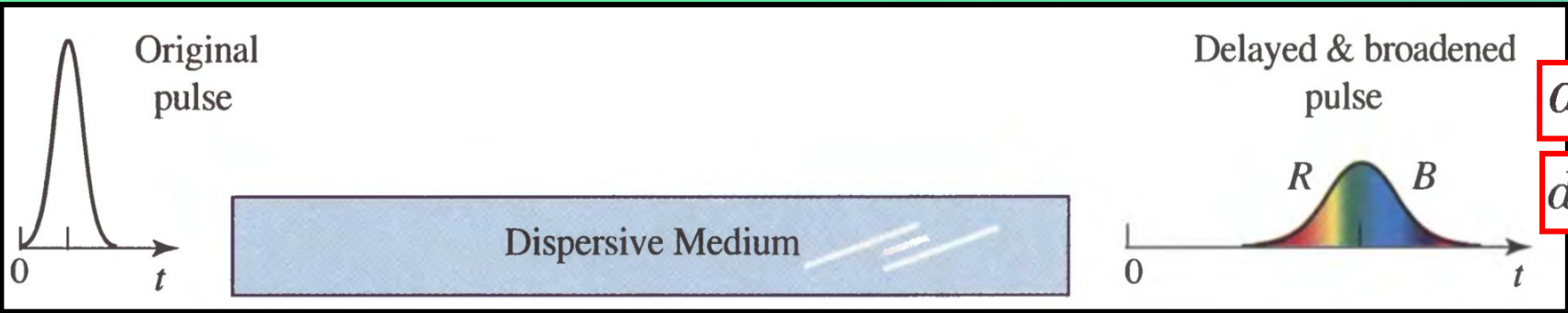
Número de Abbe

$$V = (n_d - 1) / (n_F - n_C)$$

Medidas de dispersão

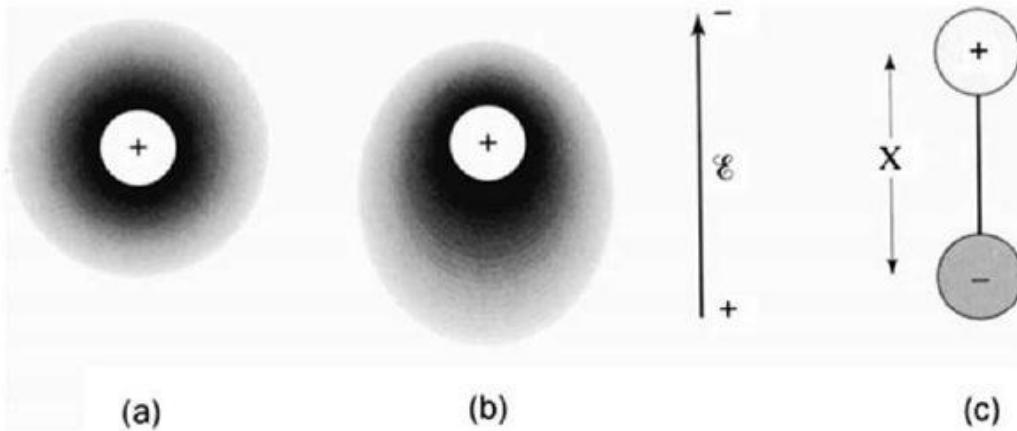
$n_F - 486.1 \text{ nm}$     $n_d - 587.6 \text{ nm}$     $n_C - 656.3 \text{ nm}$

$V = 38$  ("vidro"),  $68$  (silício)



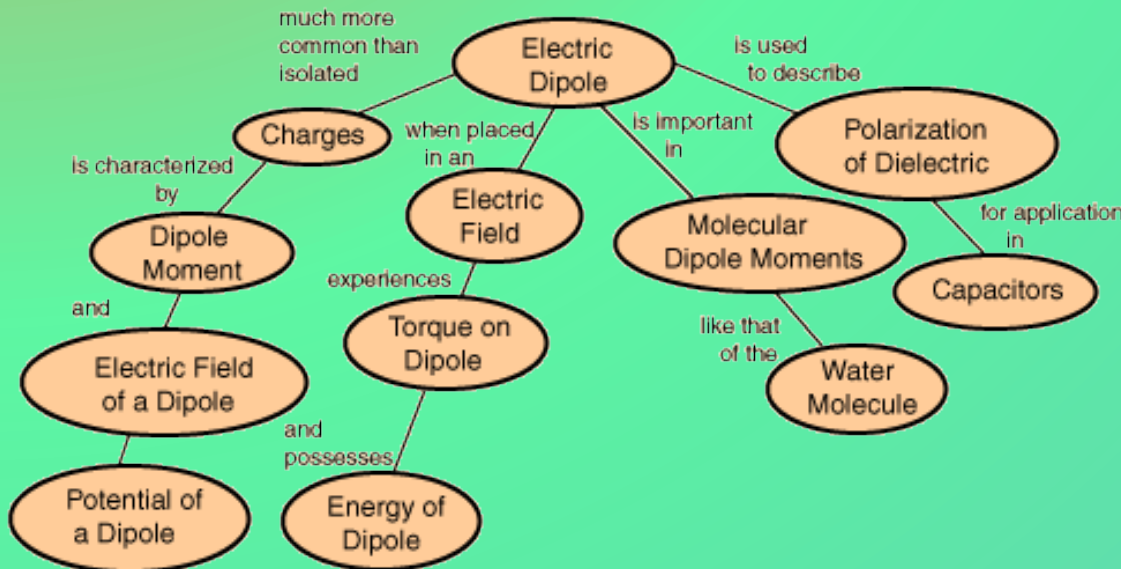
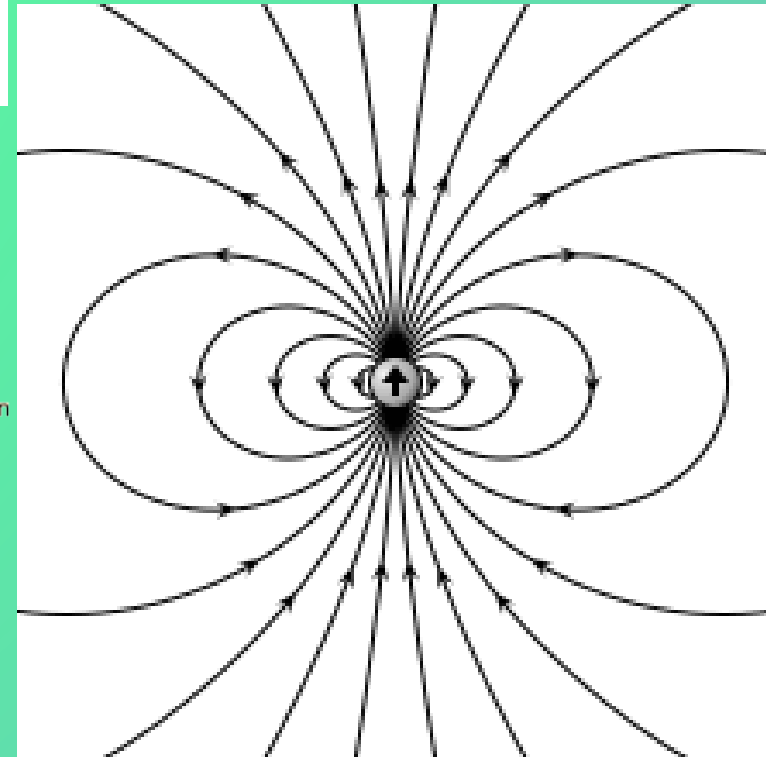
$$\frac{dn}{d\lambda_0}$$

$$\frac{d^2n}{d\lambda_0^2}$$



Momento dipolar eléctrico

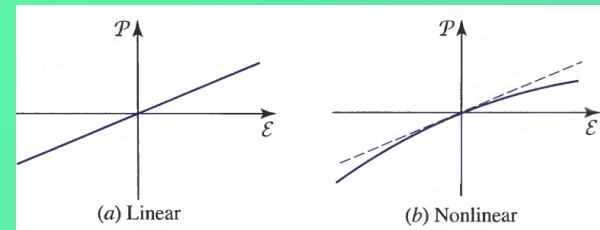
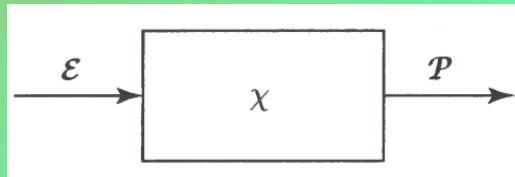
$$\mathbf{p} = -e\mathbf{x}$$



$$\mathcal{D} = \epsilon_0 \mathcal{E} + \mathcal{P}$$

$$\mathcal{B} = \mu_0 \mathcal{H} + \mu_0 \mathcal{M}.$$

As propriedades de um meio dieléctrico são totalmente descritas através da relação entre a **densidade de polarização dieléctrica**  $\mathbf{P}(\mathbf{r},t)$  e o campo eléctrico,  $\mathbf{E}(\mathbf{r},t)$ .



Um meio é **linear** se  $\mathbf{P}(\mathbf{r},t)$  e  $\mathbf{E}(\mathbf{r},t)$  se relacionam **linearmente**.

Um meio é **não dispersivo** se  $\mathbf{P}(\mathbf{r},t)$  apenas depende de  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  **no mesmo instante** – é claramente um caso limite.

Um meio é **homogéneo** se a relação entre  $\mathbf{P}(\mathbf{r},t)$  e  $\mathbf{E}(\mathbf{r},t)$  não depende de  $\mathbf{r}$ .

Um meio é **isótropo** se a relação entre  $\mathbf{P}(\mathbf{r},t)$  e  $\mathbf{E}(\mathbf{r},t)$  não depende da direcção de  $\mathbf{E}$  – os dois vectores são paralelos

## LINEAR, HOMOGÉNEO, ISÓTROPICO

$$\mathcal{D} = \epsilon_0 \mathcal{E} + \mathcal{P}$$

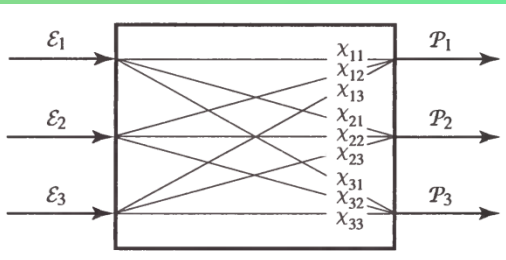
$$\mathcal{P}(\mathbf{r}, \nu) = \epsilon_0 \chi \mathbf{E}(\mathbf{r}, \nu)$$

$$\mathcal{D} = \epsilon \mathbf{E}, \quad \epsilon = \epsilon_0(1 + \chi) \quad \text{ou} \quad \chi = \epsilon/\epsilon_0 - 1 = \epsilon_r - 1$$

$\chi$  Susceptibilidade eléctrica. Real. Escalar.

$\epsilon$  Permittividade eléctrica

$\epsilon_r = \epsilon/\epsilon_0$  Constante Dieléctrica (Permittividade relativa)



## CRISTALINO

$$\mathcal{P}_i = \sum_j \epsilon_0 \chi_{ij} \mathcal{E}_j$$

$$\mathcal{D}_i = \sum_j \epsilon_{ij} \mathcal{E}_j$$

## NÃO LINEAR

Para campos eléctricos luminosos que *não se possam considerar pequenos* relativamente ao campo atómico no átomo de H ( $10^{12}$  V/m):

$$d \sim 10^{-24} \rightarrow 10^{-21} \quad (\text{C/V}^2)$$

$$\chi^{(3)} \sim 10^{-34} \rightarrow 10^{-29} \quad (\text{C m/V}^3)$$

$$\mathcal{P} = \epsilon_0 \chi \mathcal{E} + 2d\mathcal{E}^2 + 4\chi^{(3)}\mathcal{E}^3 + \dots$$

$$\nabla^2 u - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0$$

$$\epsilon_r \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\epsilon}{\epsilon_0} = 1 + \chi$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}}$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}}$$

$$n \stackrel{\text{def}}{=} \frac{c}{v} = \sqrt{\frac{\epsilon\mu}{\epsilon_0\mu_0}}$$

$$n^2 = \frac{\mu}{\mu_0} (1 + \chi)$$

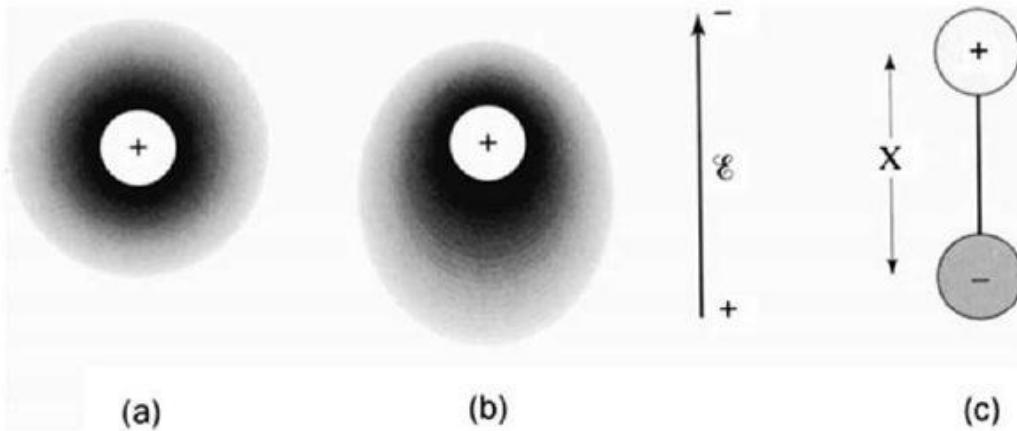
Em meios **não magnéticos**:  $\mu = \mu_0$ . Logo:  $n^2 = 1 + \chi = \epsilon_r$

$$\mathcal{D} = \epsilon_0 \mathcal{E} + \mathcal{P}$$

$$\mathcal{P} = \epsilon_0 \chi \mathcal{E}$$

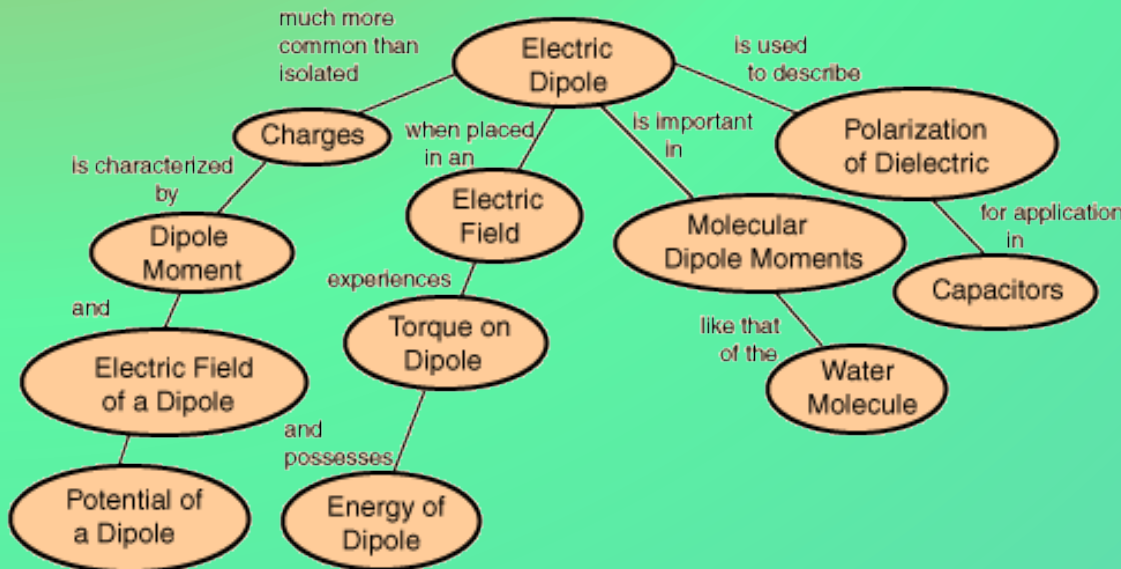
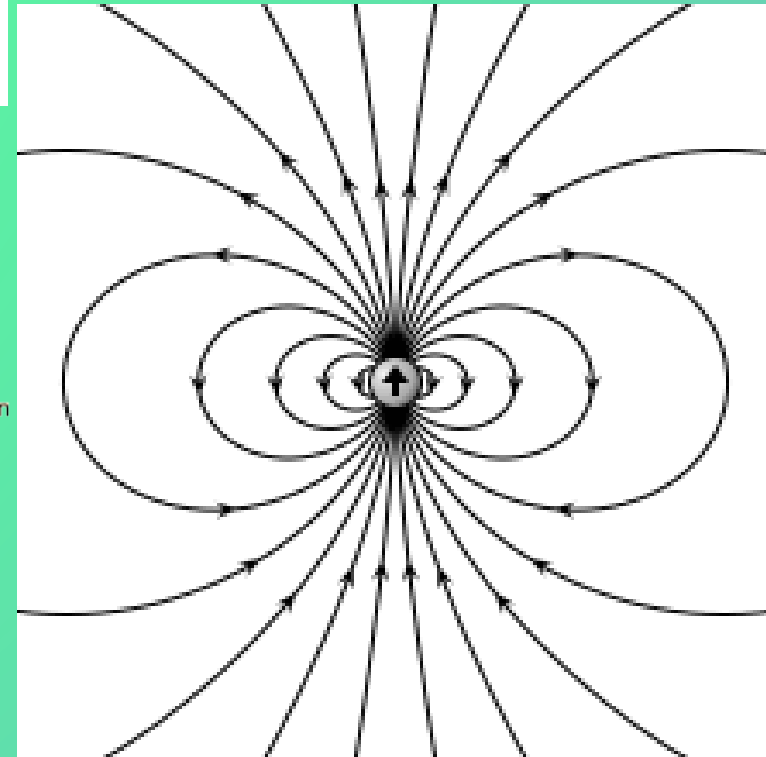
$$\mathcal{D} = \epsilon \mathcal{E}$$



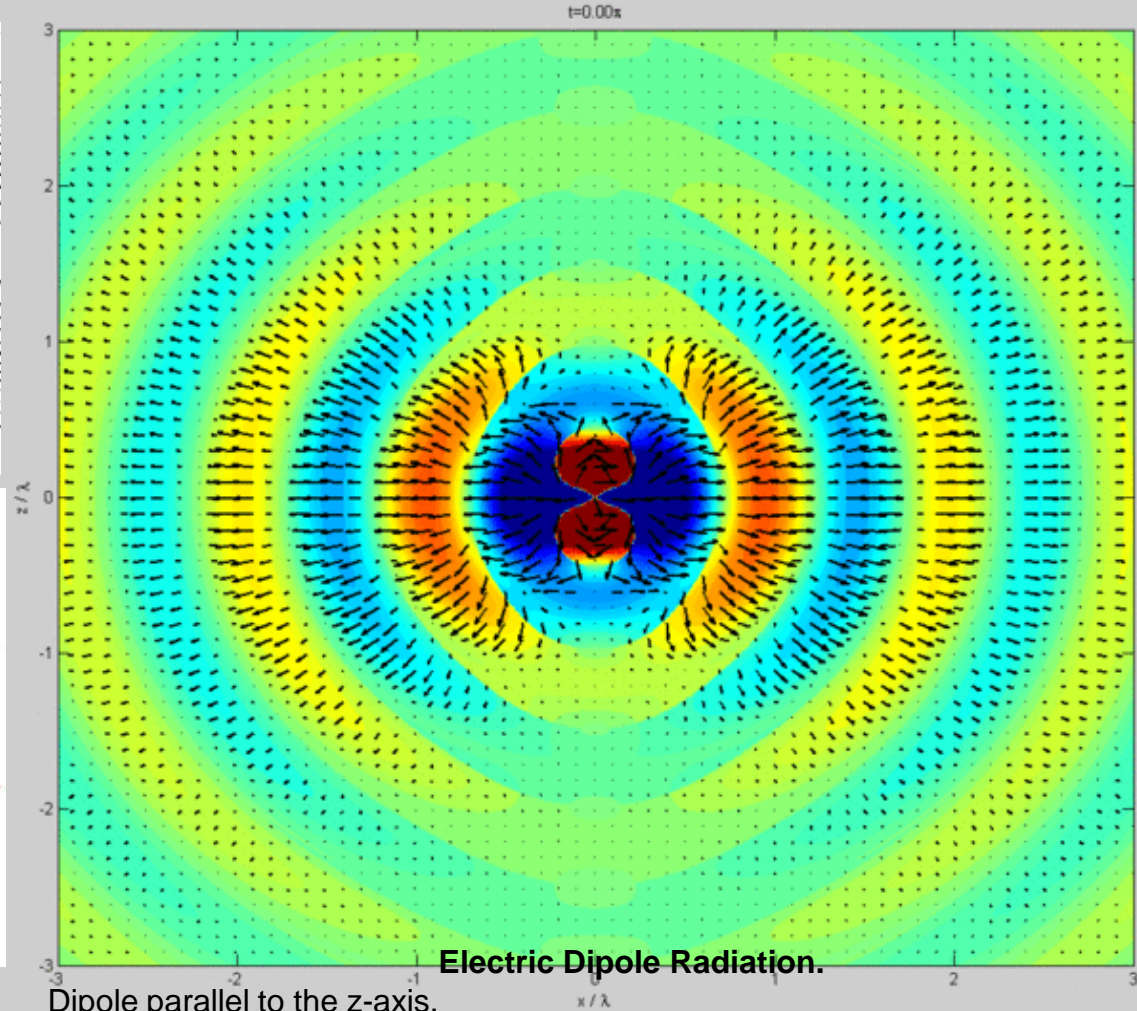
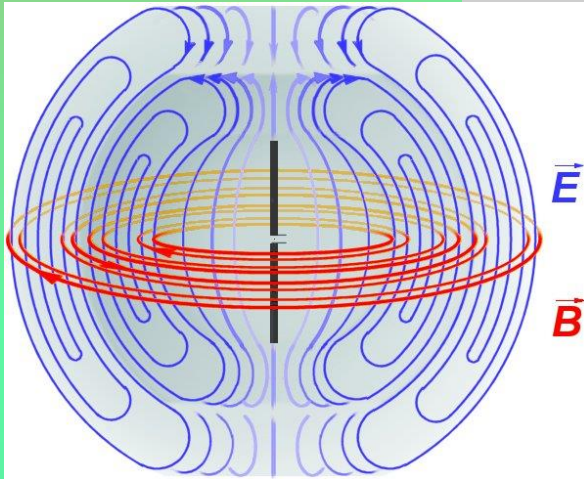
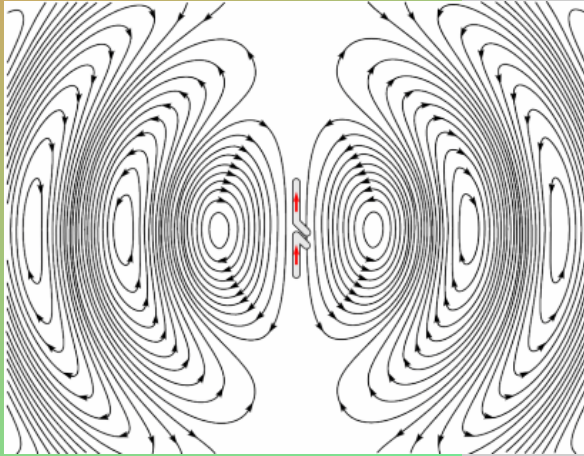


Momento dipolar eléctrico

$$\mathbf{p} = -ex$$



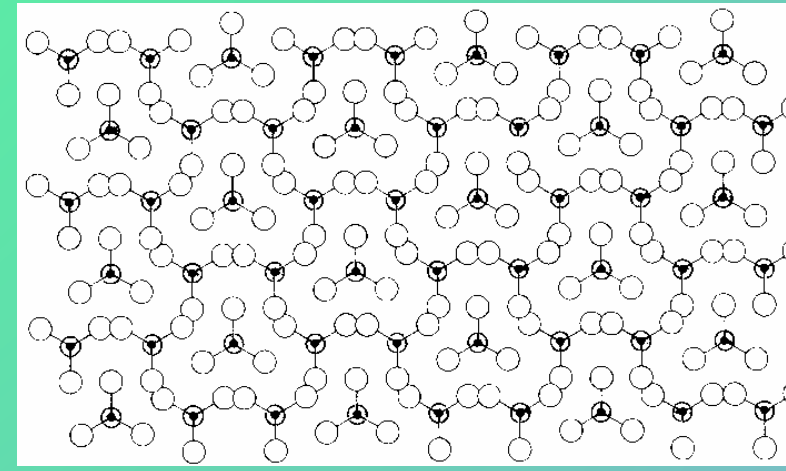
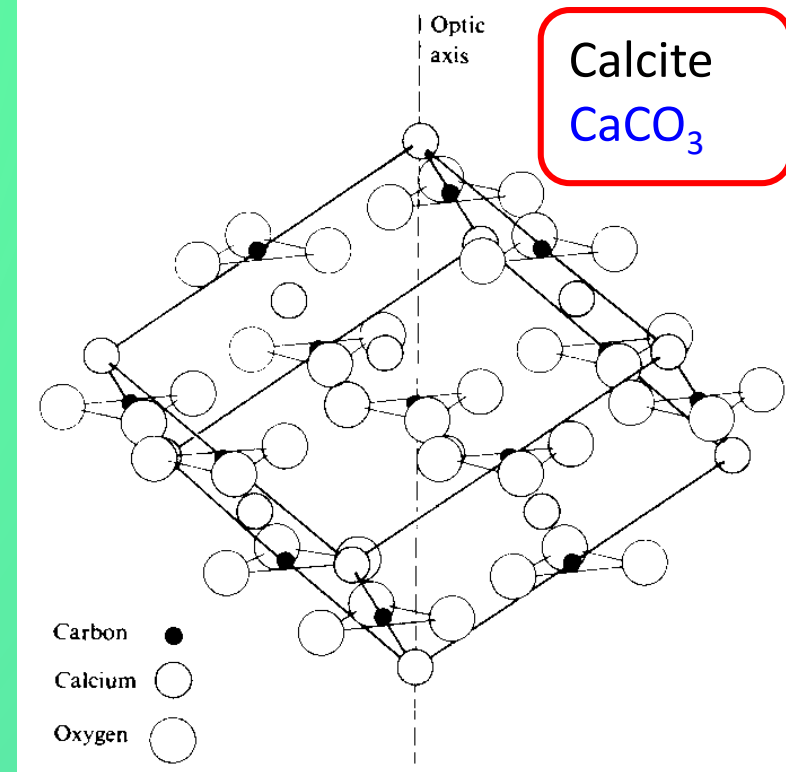
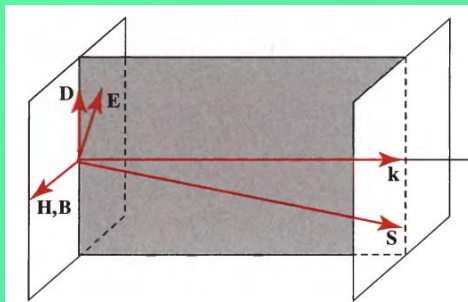
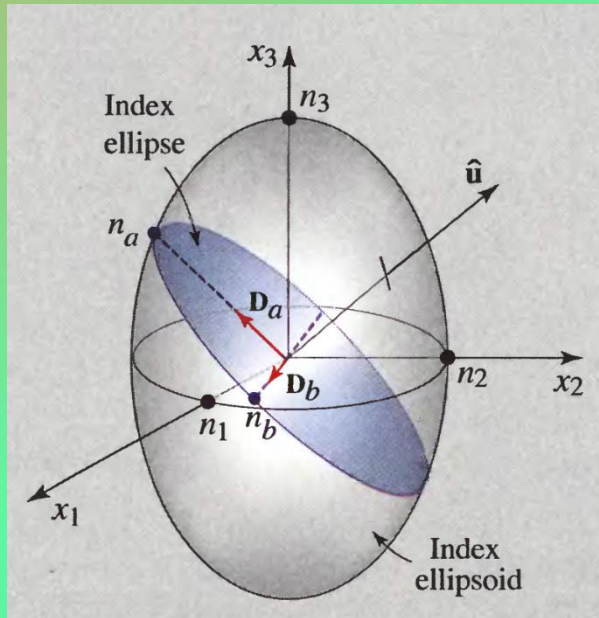
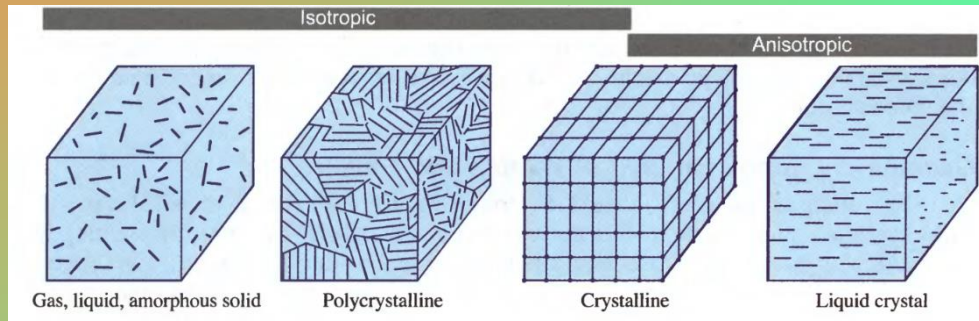




Dipole parallel to the z-axis.

Electric field and Poynting-vector in the x-z-plane. Black arrows show  $(S_x, S_z)$ .

Colours indicate the strength of the electric field vector,  $|\mathbf{E}|$ , red  $E_z > 0$ , blue  $E_z < 0$ .



## Campo próximo

(MIT open courseware, physics 8.02 TEAL project)

<https://youtu.be/QK5KrYakSIU>

```
<iframe width="854" height="480"
src="https://www.youtube.com/embed/QK5KrYakSIU" frameborder="0"
allow="autoplay; encrypted-media" allowfullscreen></iframe>
```

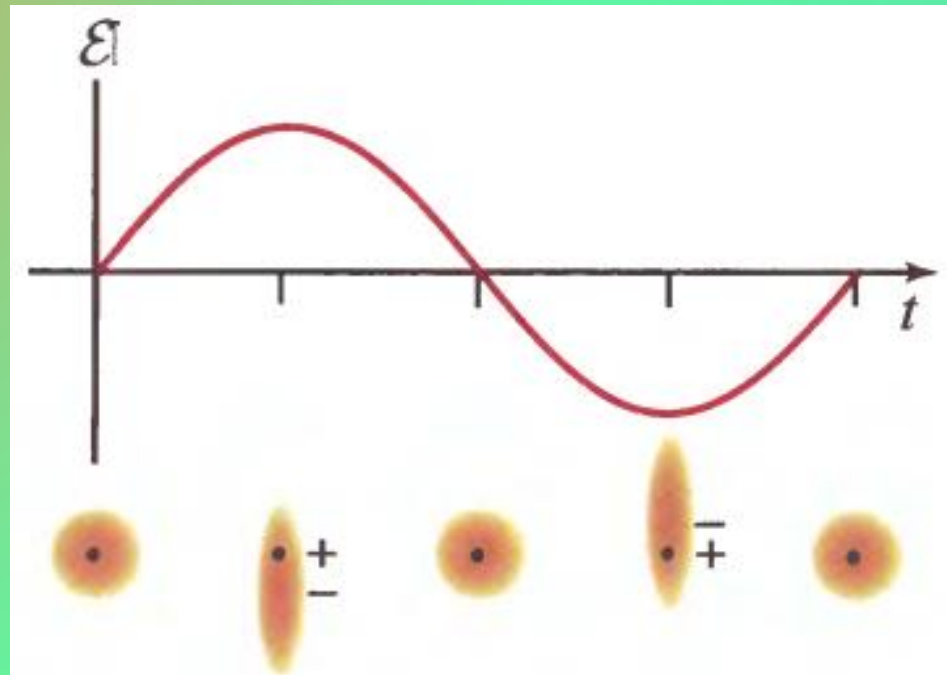
## Campo longínquo

(tiny antenna in the center.) MIT ocw 8.02 physics)

<https://youtu.be/NB2AP7jvqvA>

```
<iframe width="854" height="480" src="https://www.youtube.com/embed/NB2AP7jvqvA"
frameborder="0" allow="autoplay; encrypted-media" allowfullscreen></iframe>
```





Momento dipolar eléctrico:

$$\mathbf{p} = -e\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{p} = \varepsilon_0 \alpha \mathbf{E}_{\text{local}}$$

Polarizabilidade atómica:

$\alpha$

Densidade volúmica de dipolos:

$N$

Densidade polarização eléctrica:

$$\mathcal{P} = N\mathbf{p}(\mathbf{E}) = -Nex(\mathbf{E}) \rightarrow \mathcal{P} = \varepsilon_0 \chi \mathbf{E}$$

Susceptibilidade eléctrica:

$$\chi \rightarrow \chi(\omega) = N\alpha(\omega)$$

As constantes ópticas de um meio podem variar com a  $\nu$ : **DISPERSÃO**.

Os modelos de dispersão baseiam-se na **ligação do electrão aos átomos** e no seu movimento sob acção da força decorrente do campo eléctrico: **oscilador harmónico forçado**.

A equação geral do movimento de um electrão num campo  $E = E_0 e^{i\omega t}$  é:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + m\gamma \frac{dx}{dt} + \beta x = -eE_0 e^{i\omega t}$$

$\beta$  - constante de restituição

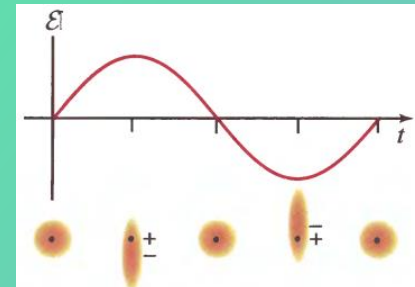
$\gamma$  - constante de amortecimento (*damping*),

$m, e$  - massa e carga do electrão.

A frequência natural de oscilação do electrão é  $\omega_0 = (\beta/m)^{1/2}$  ← **ABSORÇÃO...**

O electrão segue a **variação do campo**  $x = x_0 e^{i\omega t}$  e a amplitude do movimento é:

$$x_0 = \frac{-eE_0}{m \left[ (\omega_0^2 - \omega^2) + i\gamma\omega \right]}$$



Daqui decorre uma **densidade de polarização dieléctrica**:

$$\mathcal{P}(\omega) = Np = -Nex_0(\omega) \quad \text{que, por outro lado também é:} \quad \mathcal{P}(\omega) = \epsilon_0 \chi E(\omega)$$

$$\mathbf{P}(\mathbf{r}, \nu) = \epsilon_0 \chi \mathbf{E}(\mathbf{r}, \nu)$$

Daqui decorre uma expressão para  $\chi(\nu)$ , complexa, a **Equação de Lorentz**:

$$\chi(\nu) = \chi_0 \frac{\nu_0^2}{\nu_0^2 - \nu^2 + j\nu \Delta\nu}$$

$$\chi'(\nu) = \chi_0 \frac{\nu_0^2 (\nu_0^2 - \nu^2)}{(\nu_0^2 - \nu^2)^2 + (\nu \Delta\nu)^2}$$

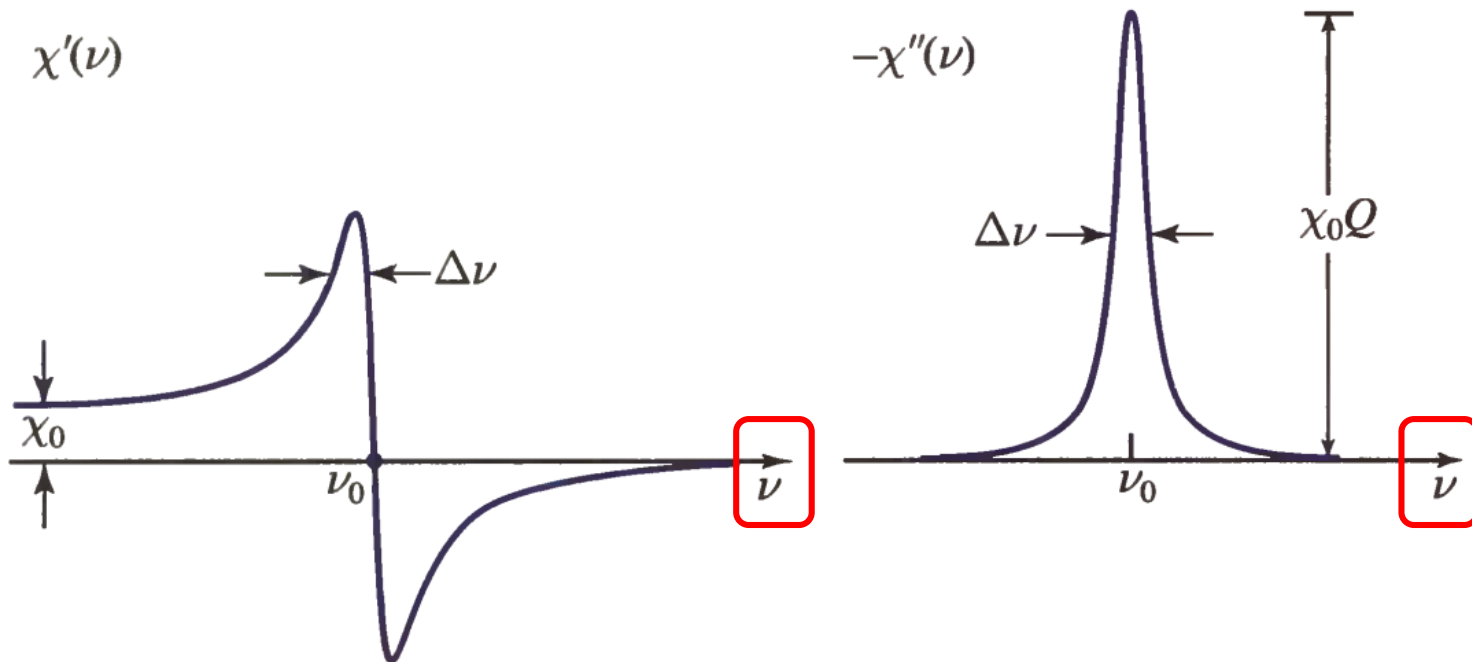
$$\chi''(\nu) = -\chi_0 \frac{\nu_0^2 \nu \Delta\nu}{(\nu_0^2 - \nu^2)^2 + (\nu \Delta\nu)^2}$$

$$\Delta\nu = \gamma/2\pi$$

$$\nu \rightarrow \omega = 2\pi\nu$$

$$\nu_0 = \omega_0/2\pi$$

$$Q = \nu_0/\Delta\nu$$



Dependências típicas da Susceptibilidade  $\chi$  com a frequência,  $\nu$

$$\nabla^2 u - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0$$

$$\epsilon_r \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\epsilon}{\epsilon_0} = 1 + \chi$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} \quad c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}}$$

$$n \stackrel{\text{def}}{=} \frac{c}{v} = \sqrt{\frac{\epsilon\mu}{\epsilon_0\mu_0}} \quad n^2 = \frac{\mu}{\mu_0} (1 + \chi)$$

Em meios *não magnéticos*:  $\mu = \mu_0$ . Logo:  $n^2 = 1 + \chi = \epsilon_r$

Em meios **dispersivos**, com uma susceptibilidade **complexa**:

$$\chi = \chi' + i\chi''$$

$$\tilde{n}^2 = 1 + (\chi' + i\chi'')$$

É frequente definir o **índice complexo** na forma  $\tilde{n} = n - i \frac{\alpha}{2k_0}$ ,

com  $k_0 = 2\pi/\lambda_0$  (número de ondas no vázio)

$$\mathcal{D} = \epsilon_0 \mathcal{E} + \mathcal{P}$$

$$\mathcal{P} = \epsilon_0 \chi \mathcal{E}$$

$$\mathcal{D} = \epsilon \mathcal{E}$$



$$\tilde{n}^2 = 1 + (\chi' + i\chi'')$$

$$\tilde{n} = n - i\frac{\alpha}{2k_0}$$

$$n(\chi', \chi''), \alpha(\chi', \chi'')$$

Absorção fraca:

$$\chi'' \ll 1 + \chi'$$

$$n \approx \sqrt{1 + \chi'}$$

$$\alpha \approx -\frac{k_0}{n} \chi''$$

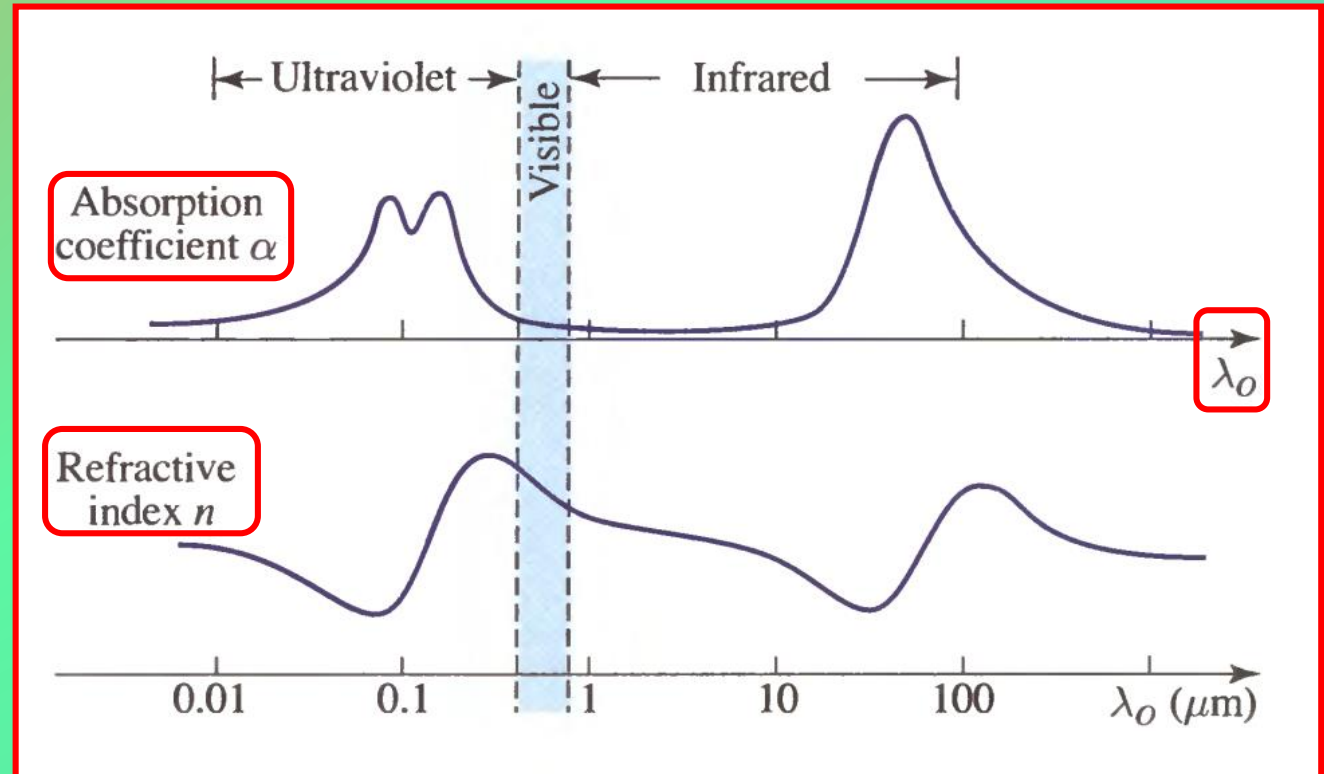
Absorção forte

$$|\chi''| \gg |1 + \chi'|$$

$$n \approx \sqrt{(-\chi'')/2}$$

$$\alpha \approx 2k_0 \sqrt{(-\chi'')/2}$$

$$\sqrt{a + bi} = \pm \left( \sqrt{\frac{\sqrt{a^2 + b^2} + a}{2}} + i \operatorname{sgn}(b) \sqrt{\frac{\sqrt{a^2 + b^2} - a}{2}} \right)$$



Material dielétrico, com ressonâncias fora do visível.

O índice,  $n$ , **diminui** (com  $\lambda$ ) pois as ressonâncias mais próximas são no UV (**Dispersão normal**)

# Impacto de $\chi$ complexo: Absorção

Sendo a **susceptibilidade eléctrica**,  $\chi$ , representada por um **complexo**:

$$\chi = \chi' + j\chi''$$

A **permitividade eléctrica** é também complexa:

$$\epsilon = \epsilon_0(1 + \chi)$$

Em luz monocromática, a eq. de Helmholtz mantém-se válida, mas com um **número de ondas  $k$  complexo** ( $k_0 = \omega/c_0$ ):

$$\nabla^2 U + k^2 U = 0$$

$$k = \omega\sqrt{\epsilon\mu_0} = k_0\sqrt{1 + \chi} = k_0\sqrt{1 + \chi' + j\chi''}$$

Sendo  $k$  complexo, pode ser escrito na forma  $\beta - i\alpha/2$ :

$$k = \beta - i\frac{\alpha}{2} = k_0\sqrt{1 + \chi' + i\chi''}$$

Como se comporta a **Amplitude Complexa** de uma onda plana, que se propague segundo o eixo dos Z,  $U = A \exp^{-ikz}$ , num meio deste tipo?

$$U = A \exp\left(-\frac{1}{2}\alpha z\right) \exp(-j\beta z)$$

# Impacto de $\chi$ complexo: Lei de Beer

Se  $\alpha > 0$ , a amplitude varia com  $\exp(-\frac{1}{2}\alpha z)$  a **irradiância** variará de acordo com a **Lei de Beer**:

$$\left| \exp(-\frac{1}{2}\alpha z) \right|^2 = \exp(-\alpha z)$$

$\alpha$  é o **coeficiente de absorção (ou extinção ou atenuação)**

$\alpha \rightarrow \alpha(\omega)$  é o **espectro de absorção – observável**

$\beta$  (que representa o  $k$  “habitual”) é a **constante de propagação**, num meio de índice de refração efectivo  $n$ :

$$\beta = n k_0 \rightarrow n = \beta / k_0 \quad \leftarrow n + ik \text{ (Wikipedia)}$$

... e a onda desloca-se com **velocidade de fase**  $c = c_0 / n$

Sendo  $k = \beta - i\frac{\alpha}{2} = k_0 \sqrt{1 + \chi' + i\chi''}$  então:

$$\tilde{n} = n - i\frac{\alpha}{2k_0}$$

$$n - j\frac{1}{2} \frac{\alpha}{k_0} = \sqrt{\epsilon/\epsilon_0} = \sqrt{1 + \chi' + j\chi''}$$

# Dispersão: Impacto de $\chi$ complexo

Absorção fraca:  $\chi'' \ll 1 + \chi'$ :

$$\sqrt{1 + \chi' + j\chi''} = \sqrt{1 + \chi'} \sqrt{1 + j\delta} \approx \sqrt{1 + \chi'} (1 + j\frac{1}{2}\delta)$$

$$\delta = \chi'' / (1 + \chi')$$

$$n \approx \sqrt{1 + \chi'}$$
$$\alpha \approx -\frac{k_0}{n} \chi''.$$

Absorção forte:  $|\chi''| \gg |1 + \chi'|$ :

$$n \approx \sqrt{(-\chi'')/2}$$
$$\alpha \approx 2k_0 \sqrt{(-\chi'')/2}$$

Num meio com múltiplas ressonâncias, com  $n^2 = \epsilon_r = 1 + \chi$ , é válida a **Equação de Sellmeier**,  $n(\lambda)$ :

$$n^2 \approx 1 + \sum_i \chi_{0i} \frac{\nu_i^2}{\nu_i^2 - \nu^2} = 1 + \sum_i \chi_{0i} \frac{\lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_i^2}$$

$B_i$        $C_i$

Material	Sellmeier Equation (Wavelength $\lambda$ in $\mu\text{m}$ )	Wavelength Range ( $\mu\text{m}$ )
Fused silica	$n^2 = 1 + \frac{0.6962\lambda^2}{\lambda^2 - (0.06840)^2} + \frac{0.4079\lambda^2}{\lambda^2 - (0.1162)^2} + \frac{0.8975\lambda^2}{\lambda^2 - (9.8962)^2}$	0.21–3.71
Si	$n^2 = 1 + \frac{10.6684\lambda^2}{\lambda^2 - (0.3015)^2} + \frac{0.0030\lambda^2}{\lambda^2 - (1.1347)^2} + \frac{1.5413\lambda^2}{\lambda^2 - (1104.0)^2}$	1.36–11
GaAs	$n^2 = 3.5 + \frac{7.4969\lambda^2}{\lambda^2 - (0.4082)^2} + \frac{1.9347\lambda^2}{\lambda^2 - (37.17)^2}$	1.4–11

http://refractiveindex.info  
 http://refractiveindex.info

RefractiveIndex.INFO  
 Optical properties wiki

Database Wiki Forum

W


Page Discussion View View source History Go Search

## Main Page

Welcome!

The intent of this wiki is to be a comprehensive, community-edited reference on optical constants and other information missing in the main refractive index database.

Any input is welcome! Add info, edit whatever you like, participate in discussions! You are the main reason for this site to exist and you can help to make it even better!

Sincerely yours  Mikhail Polyanskiy, the RefractiveIndex.INFO author and maintainer.

This page was last modified on 6 September 2012, at 18:13.  
 This page has been accessed 8,369 times.  
 Content is available under Creative Commons Attribution-ShareAlike 3.0 Unported License.

Privacy policy About RefractiveIndex.INFO - Optical properties wiki Disclaimers

© 2008-2012 Mikhail Polyanskiy | Link to or cite RefractiveIndex.INFO | NO GUARANTEE OF ACCURACY - Use on your own risk

1. Metais
2. Líquidos
3. Cristais
4. Gases
5. Vidros
6. Plásticos
7. Cristais líquidos
8. Metamateriais

RefractiveIndex.INFO  
 Refractive index database

Database Wiki Forum

METALS

Pure metals

- Aluminium (Al)
- Chromium (Cr)
- Cobalt (Co)
- Copper (Cu)
- Gold (Au)
- Iridium (Ir)
- Lithium (Li)
- Molybdenum (Mo)
- Nickel (Ni)
- Osmium (Os)
- Palladium (Pd)
- Platinum (Pt)
- Rhodium (Rh)

Optical constants of Gold (Au)

Option: Palik

Wavelength: 0.5893  $\mu\text{m}$  (0.000125-9.919)

Refractive index (real part of complex index of refraction)

$n = 0.26557$

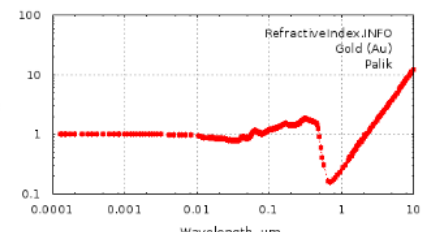
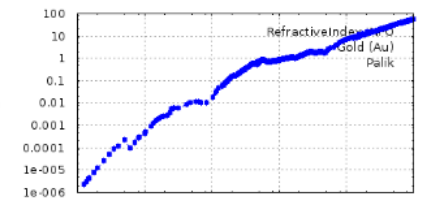
Chromatic dispersion

$dn/d\lambda = -1.573 \mu\text{m}^{-1}$

Extinction coefficient (imaginary part of complex index of refraction)

Absorption coefficient

$\alpha = 6.3076e+5 \text{ cm}^{-1}$

# Refractive index of the atmosphere - NIST

<https://emtoolbox.nist.gov/Wavelength/Documentation.asp>

## ENGINEERING METROLOGY TOOLBOX

[Home](#) [Refractive Index of Air](#) [Elastic](#) [Publications](#)

### Refractive Index of Air Calculator

**Refractive Index of Air Calculator** is a web-based tool for calculating the index of refraction of air and wavelength of light in air as a function of various input parameters, using the Ciddor Equation or a modified version of the Edlén Equation.

## Index of Refraction of Air

*Jack A. Stone and Jay H. Zimmerman*

### Documentation

- [I. Introduction](#)
- [II. Edlén or Ciddor? Guidance in Choosing the Equation](#)
- [III. Comments Regarding the Calculations](#)
- [IV. Comments Regarding Inputs to the Equations](#)
  - [Vacuum Wavelength](#)
  - [Pressure](#)
  - [Temperature](#)
  - [CO<sub>2</sub> Concentration](#)
  - [Humidity](#)

[https://en.wikipedia.org/wiki/Refractive\\_index](https://en.wikipedia.org/wiki/Refractive_index)



## Equações de Maxwell

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \vec{\mathbf{E}} &= \frac{\rho}{\epsilon} \\ \nabla \cdot \vec{\mathbf{B}} &= 0 \\ \nabla \times \vec{\mathbf{E}} &= -\frac{\partial \vec{\mathbf{B}}}{\partial t} \\ \nabla \times \vec{\mathbf{B}} &= \mu\sigma\vec{\mathbf{E}} + \mu\epsilon\frac{\partial \vec{\mathbf{E}}}{\partial t}\end{aligned}$$

Constante Dielétrica

$$\epsilon_r \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\epsilon_e}{\epsilon_0} = 1 + \chi$$

Lei de Ohm:

$$\mathbf{J} = \sigma\mathbf{E}$$

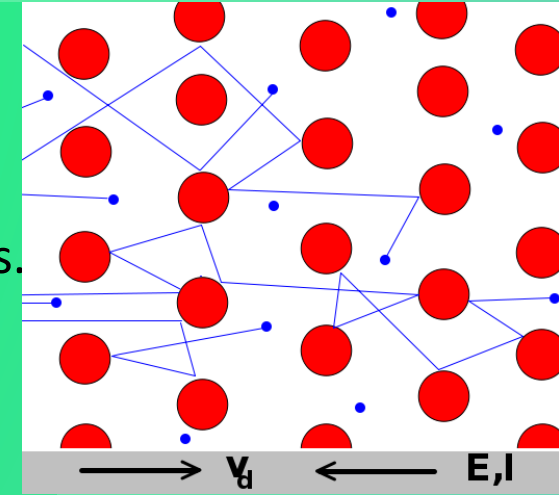
Para **ondas monocromáticas**,  $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{i\omega t}$ , tudo o que se passa com dielétricos (tudo o que dependa da *Constante Dielétrica*,  $\epsilon_r$ ) passa-se com metais desde que:

$$\epsilon \rightarrow \epsilon_e$$

com a **Permitividade Efectiva** definida como:

$$\epsilon_e = \epsilon + \frac{\sigma}{i\omega}$$

- Electrões pouco ligados aos átomos, livres.
- Frequência natural de ressonância é nula ( $\omega_0=0$ ) [ou  $\beta=0$ ]
- Amortecimento por colisões com os átomos e fronteiras.
- Explicação dos valores DC e AC de  $\sigma$ , efeito de Hall e condutividade térmica.



Movimento geral de uma carga:

Para electrões livres,  $\beta = 0$ .

$\gamma^{-1} = \tau_c =$  tempo de relaxamento  $\sim 10^{-14}$ s

Em termos da densidade de corrente  $\mathbf{J} = -Nev = \sigma \mathbf{E} = \mathbf{J}$ , ( $N \sim 10^{28} - 10^{29}$  átomos/m<sup>3</sup>) e considerando que  $\mathbf{J}$  varia à frequência  $\omega$  do campo  $\mathbf{E}$ , obtem-se a condutividade *estática*,  $\sigma$ , para  $\omega = 0$ , e a condutividade *dinâmica*,  $\sigma_\omega$ :

- **Baixas** frequências ( $\omega/\gamma \ll 1$ ), os electrões seguem o campo.
- **Altas** frequências, ( $\omega/\gamma \gg 1$ ),  $\sigma_\omega$  é imaginária; a corrente  $\mathbf{J}$  está em quadratura com o campo,  $\mathbf{E}$ .

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + m\gamma \frac{dx}{dt} + \beta x = -eE_0 e^{i\omega t}$$

$$\sigma = \frac{Ne^2}{\gamma m} = \frac{Ne^2 \tau_c}{m}$$

$$\sigma_\omega = \frac{\sigma}{1 - i\omega/\gamma} = \frac{\sigma}{1 - i\omega\tau_c}$$

Com esta dependência da condutividade, a **permissividade efectiva**  $\epsilon_e$  é:

$$\epsilon_e = \epsilon + \frac{\sigma}{i\omega(1+i\omega\tau_c)}$$

Para frequências elevadas,  $\omega \gg 1/\tau_c$ :

$$\epsilon_e \approx \epsilon - \frac{\sigma}{\omega^2\tau_c}$$

Se o meio tiver propriedades dieléctricas do vazio,  $\epsilon = \epsilon_0$

$$\epsilon_e = \epsilon_0 \left( 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right)$$

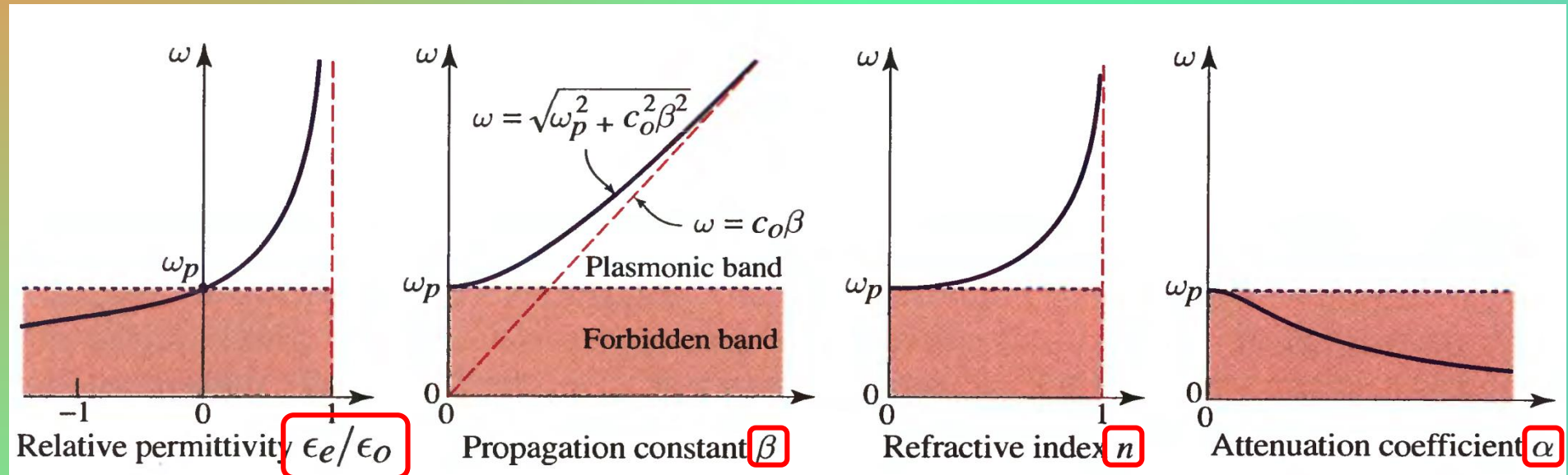
$$\omega_p = \sqrt{\frac{\sigma}{\epsilon_0\tau_c}} = \sqrt{\frac{Ne^2}{m\epsilon_0}}$$

$\omega_p$  é a **Frequência de Plasma**

A propagação de ondas num metal depende da relação entre  $\omega$  e **duas** frequências críticas:

$$\omega_p \text{ e } \gamma = \tau_c^{-1}$$

Diferentes metais, com diferentes  $\omega_p$  têm diferentes colorações: **Au, Cu, Ag**



$$\beta = (\omega^2 - \omega_p^2)^{1/2} / c_0$$

$$\epsilon_e = \epsilon_0 \left( 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right)$$

$$n = (1 - \omega_p^2 / \omega^2)^{1/2}$$

$$k = \beta - j \frac{1}{2} \alpha = \omega \sqrt{\epsilon_e \mu_0}$$

$$\alpha = 2k_0 (\omega_p^2 / \omega^2 - 1)^{1/2}$$

$$n - j \alpha / 2k_0 = \sqrt{\epsilon_e / \epsilon_0}$$

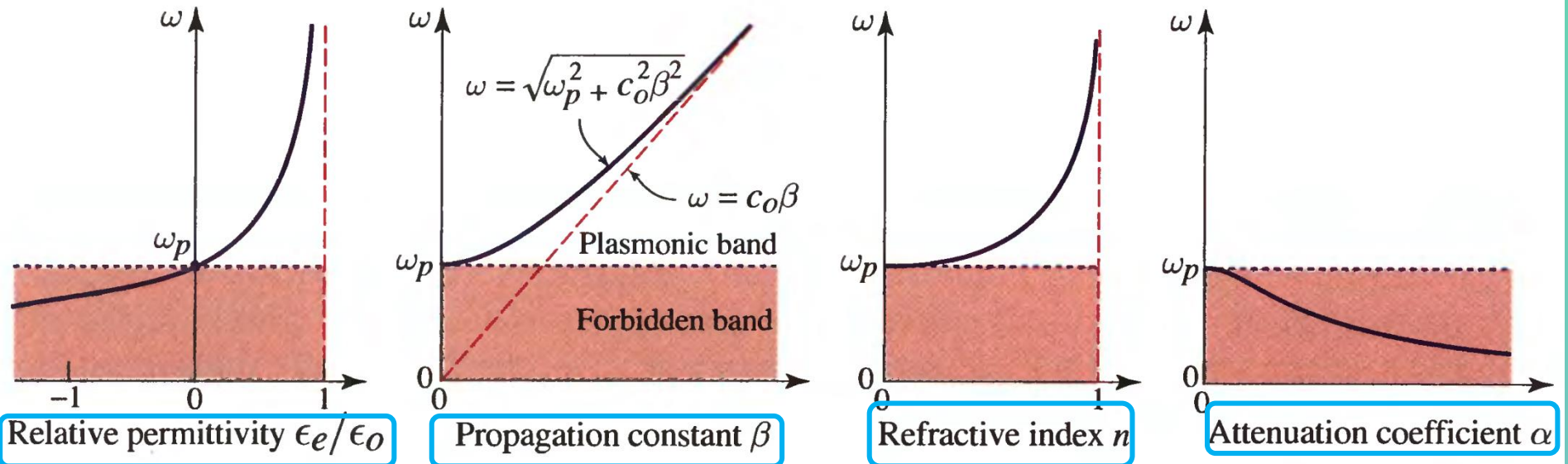
Profundidade de penetração:  $\sigma / \omega \gg \epsilon$

$$d_p = 1 / \alpha = 1 / \sqrt{2 \omega \mu_0 \sigma}$$

$\omega > \omega_p \rightarrow \epsilon_e > 0 \rightarrow$  meio "dielétrico", sem absorção  $\rightarrow$  **banda plasmónica** (Raios X)

$\omega = \omega_p \rightarrow \beta = 0 \rightarrow$  não há propagação  $\rightarrow$  **criação de plasmões** (oscilação longitudinal de um gás de electrões) - mas depende da polarização...

$\omega < \omega_p \rightarrow \epsilon_e < 0 \rightarrow k$  é imaginário  $\rightarrow$  atenuação (sem propagação)  $\rightarrow$  **banda proibida**  $\rightarrow$  bom espelho (V, NIR)

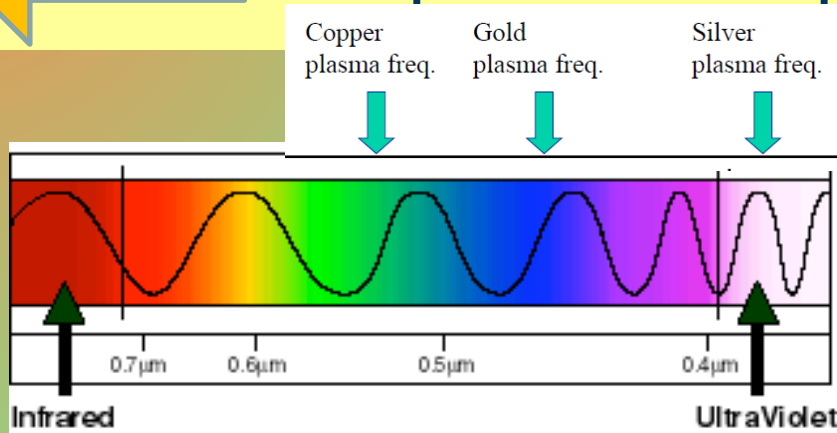


$$\epsilon_e = \epsilon_0 \left( 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right)$$

$$\beta = (\omega^2 - \omega_p^2)^{1/2} / c_0$$

$$n = (1 - \omega_p^2/\omega^2)^{1/2}$$

$$\alpha = 2k_0(\omega_p^2/\omega^2 - 1)^{1/2}$$



Na maior parte metais  $\omega_p$  está no UV: bons reflectores no visível.

Nos semi-condutores,  $\omega_p$  encontra-se no IR.

No Cu,  $\omega_p$  está no visível,  $\rightarrow$  cor particular

$$\sigma = 5.76 \times 10^7 (\Omega \cdot m)^{-1}$$

$$\text{Massa atômica: } 63.5 \text{ g}$$

$$\text{Densidade: } 8.9 \text{ g/cm}^3$$

$$\text{N}^\circ \text{ de Avogadro: } 6.02 \times 10^{23} \text{ g}^{-1}$$

$$N = 8.5 \times 10^{28} \text{ m}^{-3} \text{ (N}^\circ \text{ de electrões libertados por átomo: 1)}$$

$$e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ Coulomb}$$

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ Fm}^{-1}$$

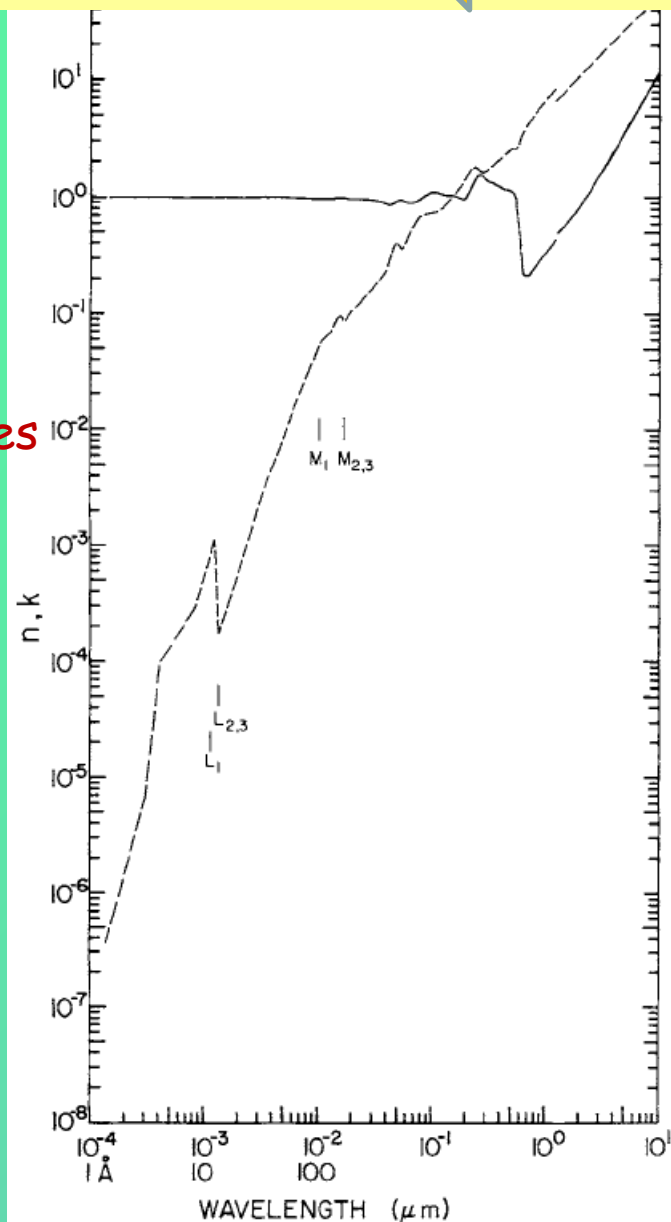
$$m = 9.11 \times 10^{-31} \text{ Kg}$$

$$\tau_c = 2.5 \times 10^{-14} \text{ s}$$

$$\omega_c = 4.1 \times 10^{13} \text{ s}^{-1}$$

$$\omega_p = 1.64 \times 10^{16} \text{ s}^{-1}$$

$$\omega_{\text{amarelo (570 nm)}} = 2.95 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$$





## Optical constants of Au (Gold)

Rakić 1998: n,k 0.2066-12.40 μm

$$n - j\alpha/2k_0 = \sqrt{\epsilon_e/\epsilon_0}$$

Wavelength:  μm (0.2066 – 12.4) [line select](#) [unit converter](#)

### Refractive index [i]

$n = 0.27049$        $\underline{n} = n + ik.$

### Extinction coefficient [i]

$k = 2.7789$

### Other optical constants

#### Relative permittivity (dielectric constants) [i] [i]

$\epsilon' = -7.6494$   
 $\epsilon'' = 1.5034$

#### Absorption coefficient [i] [i]

$\alpha = 5.9430e+5 \text{ cm}^{-1}$

#### Chromatic dispersion [i]

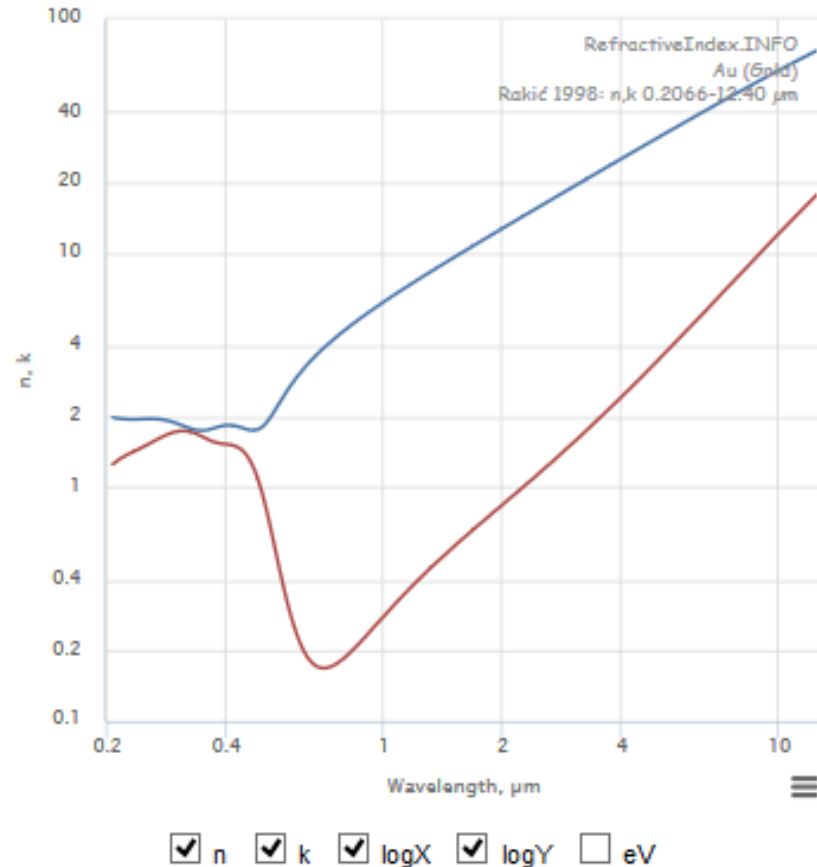
$dn/d\lambda = -2.8282 \text{ μm}^{-1}$

#### Group index [i] [i]

$n_g = 1.9323$

### Comments

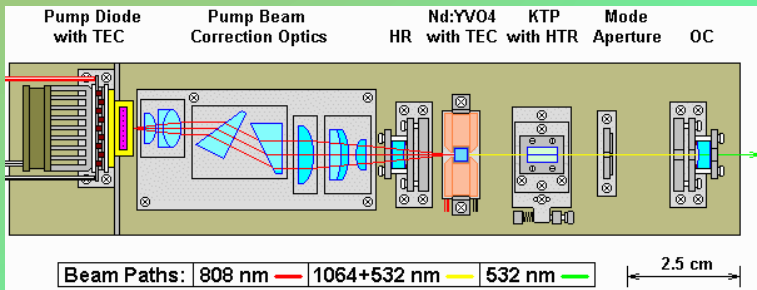
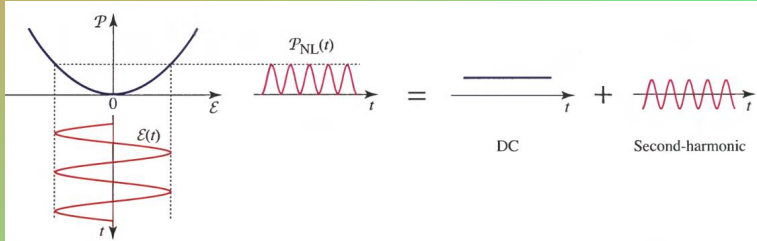
Fit of the experimental data from several sources to Brendel-Bormann (BB) model



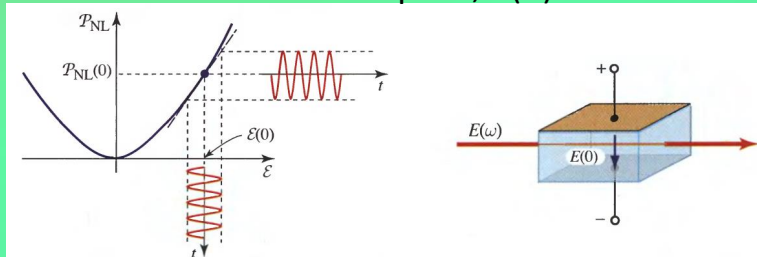


$$P_{NL} = 2d E^2$$

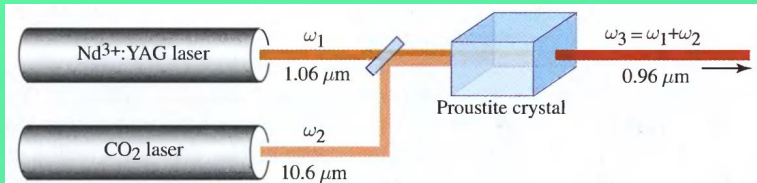
Geração de 2ª Harmónica



Efeito electroóptico,  $n(V)$



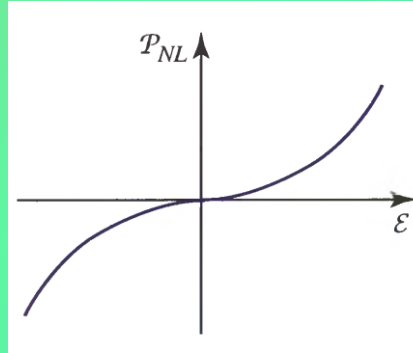
Soma e diferença de frequências



$$P_{NL} = 4 \chi^{(3)} E^3$$

Geração de 3ª Harmónica

$$P_{NL}(3\omega) = \chi^{(3)} E^3(\omega)$$

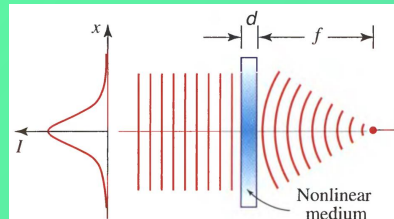


Variação do índice com o campo

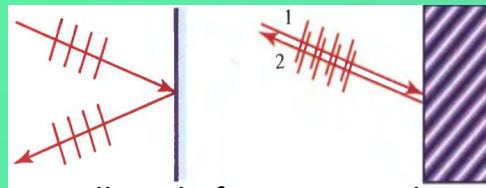
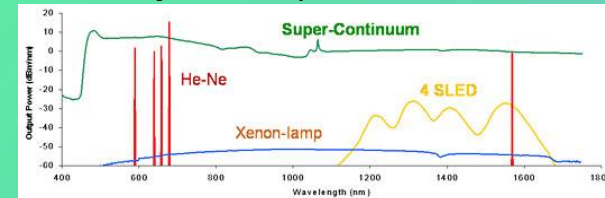
$$n(I) = n + n_2 I$$

$$\Delta n = \frac{3\eta}{\epsilon_0 n} \chi^{(3)} I \equiv n_2 I$$

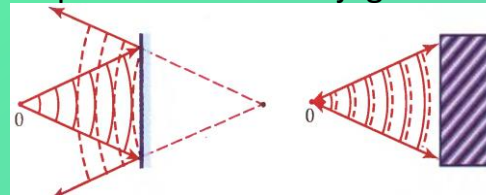
Auto-modulação da fase



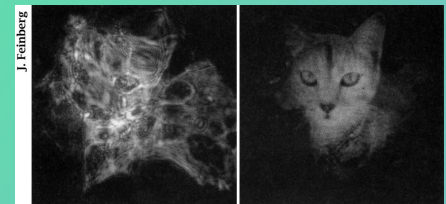
Geração de Supercontínuo



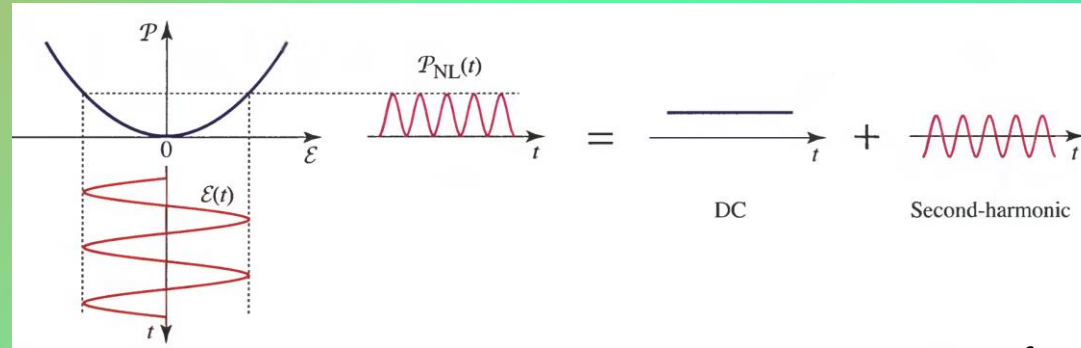
Espelhos de fase conjugada



Compensação de deformações do meio

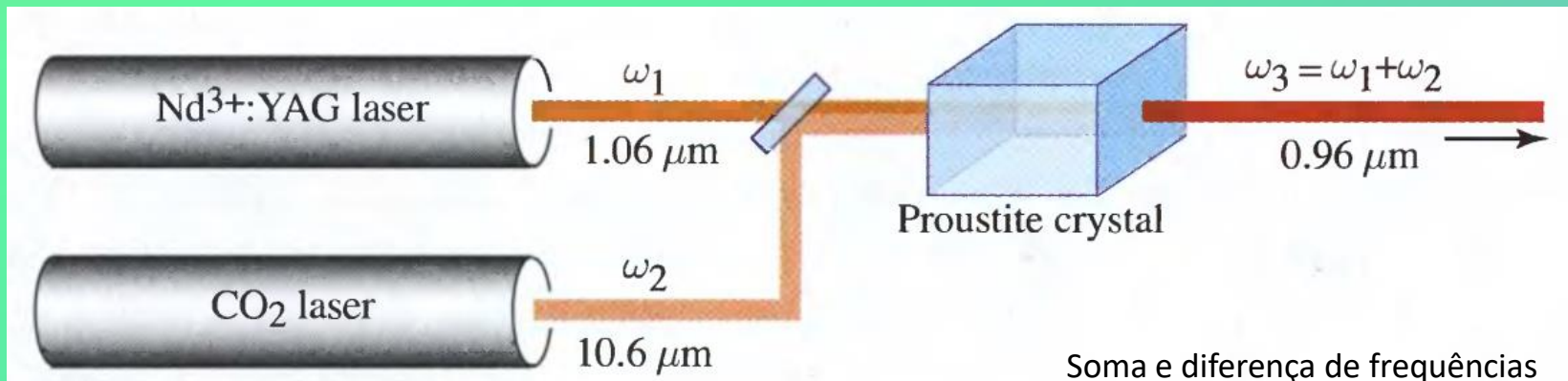
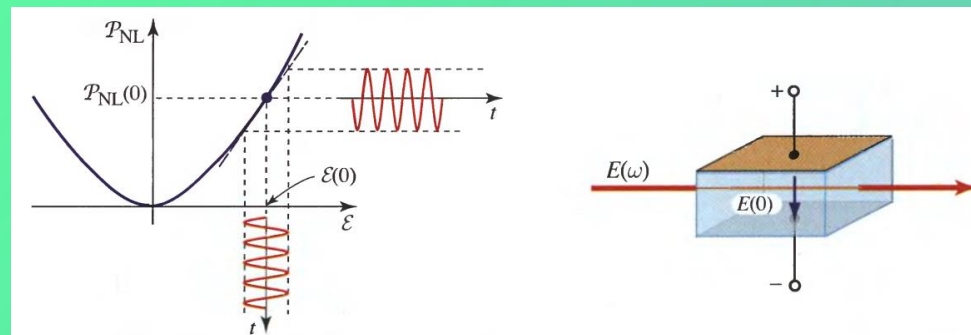
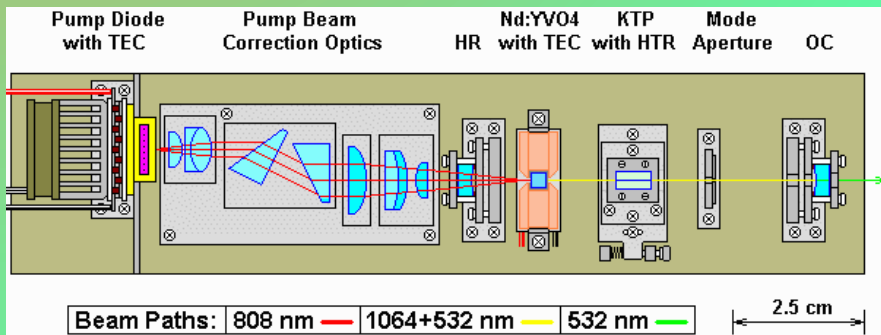


$$P_{NL} = 2d E^2$$



Geração de 2ª Harmónica

Efeito electroóptico,  $n(V)$



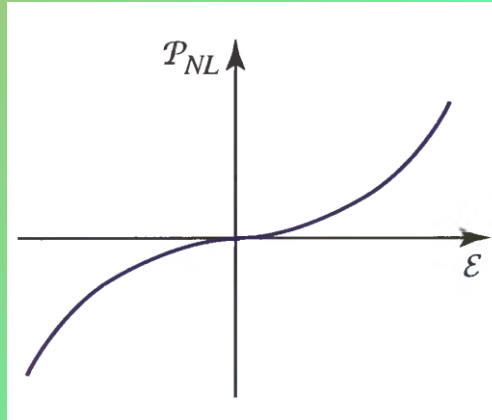
Soma e diferença de frequências

$$P_{NL} = 4 \chi^{(3)} E^3$$

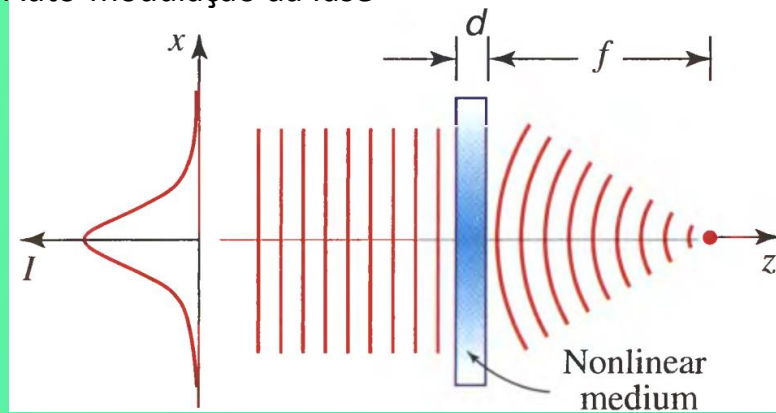
Varição do índice com o campo

$$n(I) = n + n_2 I$$

$$\Delta n = \frac{3\eta}{\epsilon_0 n} \chi^{(3)} I \equiv n_2 I$$



Auto-modulação da fase

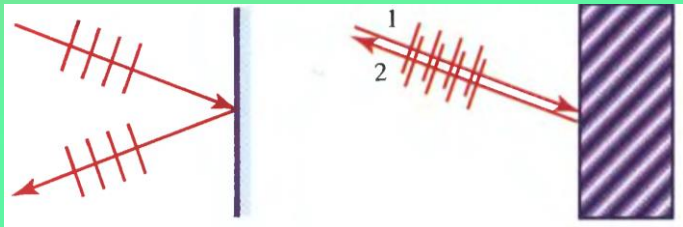


Geração de 3ª Harmónica

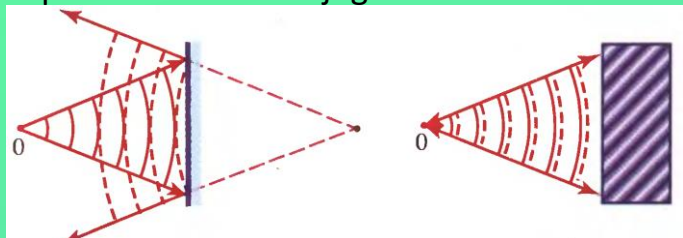
$$P_{NL}(3\omega) = \chi^{(3)} E^3(\omega)$$



Geração de Supercontínuo



Espelhos de fase conjugada



J. Feinberg



Compensação de deformações do meio

- A relação  $\mathbf{P}(\mathbf{E})$  e a sua independência das equações de Maxwell
- A forma de modelar meios lineares, homogéneos, cristalinos, não lineares, ...
- O papel da **Susceptibilidade**,  $\chi$ , e a sua variedade funcional e algébrica
- A função dos **dipolos** electrónicos na compreensão das propriedades dos dieléctricos (modelo de Lorentz)
- A função da dinâmica dos **electrões livres** na determinação das propriedades dos metais (modelo de Drude), e a frequência de Plasma,  $\omega_p$ .
- A variação das propriedades dos materiais com a frequência,  $\omega$  (**dispersão**):

$$v, c, n, \chi, \mu, \epsilon, \epsilon_r, \sigma$$

- A representação das propriedades dos materiais em termos de grandezas **complexas**, para modelar a dispersão e a absorção, e a sua decorrência de  $\chi$ .
- A certeza de que os fenómenos ópticos **não lineares** já estão no “*realitário*” de todos (sociedade em geral, alunos, professores, ...)